TÖBBVÁLTOZÓS FÜGGVÉNYEK

Az első és második feladatsorban az egyes feladatokban megadott öt állítás közül az egyetlen igaz állítás megjelölése 6 pontot, hamis állítás, vagy egynél több állítás megjelölése 0 pontot ér. Ha egyetlen állítást sem jelöl meg, akkor 2 pontot kap. A tesztre 60 perc szánható. A megoldókulcsot kérésre e-mailen elküldöm (mymath4ju@gmail.com).

1. FELADAT

a) Az $f(x,y) = x\ln(x+y)$ függvény gardiense a $(2,-1)$ pontban [6]

(A) $(2,2)$. **(B)** $(2,-2)$. **(C)** $(-2,2)$. **(D)** nem létezik. **(E)** 4.

b) Az $f(x,y) = xe^y - ye^x$ függvény $\underline{u} = (-10,4)$ irányú iránymenti deriváltja a $(0,0)$ pontban [6]

(A) $-\frac{7\sqrt{29}}{203}$.
(B) $\frac{7}{\sqrt{29}}$.
(C) nem létezik.
(D) 1.
(E) pozitív.

c) Az $f(x,y) = 2xy + 2x^2 + 4y^2 + 6$ függvénynek [6]

(A) az $(1,1)$ pont stacionárius pontja van.
(B) a $(0,0)$ pontban lokális maximuma van.
(C) nincs lokális minimuma.
(D) a $(0,0)$ pontban nincs lokális maximuma.
(E) nincs stacionárius pontja.

d) Az $f(x,y) = 2(x-1)^2 + 3(y+1)^2 - 3$ függvénynek [6]

(A) az $(1,-1)$ pontban abszolút minimuma van.
(B) az $(1,-1)$ pontban nincs lokális szélsőértéke.
(C) nincs lokális minimuma.
(D) a $(0,0)$ pontban lokális maximuma van.
(E) nincs stacionárius pontja.

e) Az $f(x,y) = 4x^2e^y - 2x^4 - e^{4y}$ függvénynek [6]

(A) nincs stacionárius pontja.
(B) nincs lokális szélsőértéke.
(C) az $(1,0)$ pontban nincs lokális maximuma.
(D) az $(1,0)$ pontban nincs lokális minimuma.
(E) az $(1,1)$ pontban lokális maximuma van.

f) Az $f(x,y) = x^2 + y^2 + \frac{2}{xy}$ függvénynek [6]

(A) a $(-1,-1)$ pont az egyetlen stacionárius pontja.
(B) az $(1,1)$ pont stacionárius pontja.
(C) a $(0,0)$ pont stacionárius pontja.
(D) a $(-1,-1)$ pontban lokális maximuma van.
(E) az $(1,1)$ pontban nincs lokális minimuma.

2. FELADAT

a) Ha az $f(x,y)$ függvény mindenütt értelmezve van a síkon, és kétszer differenciálható, [6]

(A) akkor az (a,b) stacionárius pontban minden parciális deriváltja 0.
(B) akkor az (a,b) stacionárius pontban lokális szélsőértéke van.
(C) és (a,b)-ben lokális szélsőértéke van, akkor (a,b) stacionárius pont.
(D) és (a,b)-ben lokális minimuma van, akkor a második deriváltja pozitív.
(E) és (a,b)-ben lokális minimuma van, akkor (a,b)-ben a deriváltja előjelet vált.

b) Ha az $f(x,y)$ függvény mindenütt értelmezve van a síkon, és kétszer differenciálható, [6]

(A) akkor létezik stacionárius pontja.
(B) és létezik stacionárius pontja, akkor minden elsőrendű parciális deriváltja nulla.
(C) minden lokális maximuma abszolút maximum.
(D) akkor az elsőrendű parciális deriváltjai differenciálhatók.
(E) van lokális maximuma.

c) Ha az $f(x,y)$ függvény mindenütt értelmezve van a síkon, és kétszer differenciálható, [6]

(A) és (a,b) stacionárius pont, akkor $f_{xx}(a,b) > 0$.
(B) és (a,b) stacionárius pont, akkor $f_{xx}(a,b) > 0$ esetén (a,b)-ben lokális minimum van.
(C) $D(a,b) < 0$ esetén (a,b)-ben lokális maximum van.
(D) $D(a,b) < 0$ esetén (a,b)-ben nincs lokális maximum.
(E) akkor létezik lokális szélsőértéke.

d) Ha az $f(x,y)$ függvény mindenütt értelmezve van a síkon, és kétszer differenciálható, [6]

(A) és (a,b) az egyetlen stacionárius pontja, akkor (a,b)-ben lokális szélsőértéke van.
(B) és (a,b)-ben lokális szélsőértéke van, akkor $D(a,b) \neq 0$.
(C) és (a,b)-ben lokális szélsőértéke van, akkor $D(a,b) < 0$ esetén ez lokális maximum.
(D) és (a,b)-ben lokális szélsőértéke van, akkor $D(a,b) > 0$ esetén ez lokális maximum.
(E) akkor $D(a,b) = 0$ esetén lehet lokális szélsőértéke (a,b)-ben.

e) Az $f(x,y) = 2x^2 - xy + y^2 + 4x - 5y + 7$ függvénynek [6]

(A) nincs stacionárius pontja.
(B) pontosan két stacionárius pontja van.
(C) nincs lokális szélsőértéke.
(D) pontosan egy lokális szélsőértéke van.
(E) legalább két lokális szélsőértéke van.

f) Az $f(x,y) = xy - x^3 - y^2$ függvénynek [6]

(A) nincs stacionárius pontja.
(B) pontosan két stacionárius pontja van.
(C) nincs lokális szélsőértéke.
(D) pontosan két lokális szélsőértéke van.
(E) pontosan egy lokális minimuma van.

3. FELADAT

a) Határozzuk meg a következő függvények lokális szélsőértékeit:

i) $f(x, y) = 9 - 2x + 4y - x^2 - 4y^2$ [4]

ii) $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 2$ [4]

iii) $f(x, y) = (1 + xy)(x + y)$ [4]

iv) $f(x, y) = x^3 - 12xy + 8y^3$ [4]

v) $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{y^2 - x^2}$ [4]

b) Vizsgáljuk meg, hogy igaz-e a következő állítás: $f(x, y)$-nak lokális szélsőértéke van az adott (a, b) pontban.

i)

$$f(x, y) = 4 + x^3 + y^3 - 3xy, \quad (a, b) = (1, 1).$$ [4]

ii)

$$f(x) = e^x \cos y, \quad (a, b) = (1, 1).$$ [4]