SOROZATOK
2. Teszt

Az első és második feladatsorban az egyes feladatokban megadott öt állítás közül az egyetlen igaz állítás megjelölése 6 pontot, hamis állítás, vagy egynél több állítás megjelölése 0 pontot ér. Ha egy feladatban egyetlen állítást sem jelöl meg, akkor arra 2 pontot kap. A tesztre 60 perc szánható. A megoldókulcsot kérésre e-mailen elküldöm (mymath4ju@gmail.com).

1. FELADAT

a) Az [6]

$$a_n = \frac{1}{n+1}$$

sorozat

(A) ötödik tagja $a_1 + 5$.
(B) $n+2$-edik tagja $a_n + 2$.
(C) harmadik tagja a_{1+2+3}.
(D) negyedik tagja 0.2.
(E) első tagja 1.

b) Az [6]

$$a_n = (-1)^{2n}$$

sorozat

(A) monoton csökkenő.
(B) nem korlátos.
(C) divergens.
(D) tágabb értelemben létezik határértéke .
(E) legnagyobb alsó korlátja -1.

c) Az [6]

$$a_n = \frac{n^2+1}{n^3+1}$$

sorozat

(A) legnagyobb alsó korlátja 1. **(B)** legkisebb felső korlátja 1. **(C)** legnagyobb felső korlátja 1. **(D)** legkisebb alsó korlátja 1. **(E)** legnagyobb alsó korlátja nem létezik.

d) Az [6]

$$a_n = \frac{3n-2}{1-2n}$$

sorozat

(A) divergens. **(B)** alulról nem korlátos. **(C)** szigorúan monoton csökken. **(D)** szigorúan monoton nő. **(E)** határértéke $-\infty$.

e) Az [6]

$$a_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^n$$

sorozat

(A) konvergens. **(B)** nem korlátos. **(C)** legnagyobb alsó korlátja 1. **(D)** monoton csökkenő.
(E) szigorúan monoton növekvő.

f) Az [6]

$$a_n = 3^n$$

sorozat

(A) divergens. **(B)** konvergens. **(C)** korlátos. **(D)** alulról nem korlátos. **(E)** nem monoton.

2. FELADAT

a) Ha az a_n sorozat konvergens, akkor [6]

(A) nem monoton csökkenő.
(B) nem korlátos.
(C) van legnagyobb alsó korlátja.
(D) nincs legkisebb felső korlátja.
(E) alulról nem korlátos.

b) Ha az a_n sorozat divergens, akkor [6]

(A) nincs határértéke.
(B) nem konvergens.
(C) nem monoton.
(D) nem korlátos.
(E) nem korlátos felülről

c) Ha az a_n sorozat korlátos, akkor [6]

(A) divergens.
(B) konvergens.
(C) van legkisebb alsó korlátja.
(D) van legkisebb felső korlátja.
(E) létezik határértéke.

d) Ha az a_n sorozat monoton növekvő, akkor [6]

(A) van véges határértéke.
(B) nincs véges határértéke.
(C) korlátos.
(D) nem korlátos.
(E) alulról korlátos.

e) Ha az a_n sorozatnak van véges határértéke, akkor [6]

(A) nem korlátos alulról.
(B) korlátos alulról.
(C) nem monoton csökkenő.
(D) az megegyezik a legkisebb felső korlátjával.
(E) az megegyezik a legnagyobb alsó korlátjával.

f) Ha az a_n sorozat nem konvergens, akkor [6]

(A) nem korlátos.
(B) nem monoton csökkenő.
(C) nem szigorúan monoton.
(D) nincs legkisebb felső korlátja.
(E) nem létezik véges határértéke.

3. FELADAT

a) Határozzuk meg a következő határértékeket:

i) $\lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^3(n-1)^2}{(2n-1)^3(n+1)^2}$ [4]

ii) $\lim_{n\to\infty} \frac{(3-2n)^2(1+3n)^3}{n(1-n^2)^2}$ [4]

iii) $\lim_{n\to\infty} 3n^2 - 2n^3 + 7n + 8$ [4]

iv) $\lim_{n\to\infty} \frac{(n^2-2n+1)^2}{(n^2-2n+1)^3}$ [4]

v) $\lim_{n\to\infty} \frac{(1-3n)^3(2-n)}{3n^2-2n+5}$ [4]

b) Vizsgáljuk meg, hogy igaz-e a következő állítás: a_n szigorúan monoton növekvő, és legkisebb felső korlátja $-\frac{1}{2}$.

i)

$$a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$$ [4]

ii)

$$a_n = -\frac{1+n^2}{1+2n^3}$$ [4]