

# FÜGGVÉNY HATÁRÉRTÉKE

## 1. Teszt

Az első és második feladatsorban az egyes feladatokban megadott öt állítás közül az egyetlen igaz állítás megjelölése 6 pontot, hamis állítás, vagy egynél több állítás megjelölése 0 pontot ér. Ha egyetlen állítást sem jelöl meg, akkor 2 pontot kap. A tesztre 40 perc szánható. A megoldókulcsot kérésre e-mailen elküldöm (mymath4ju@gmail.com).

### 1. FELADAT

a) Az [6]

$$f(x) = \frac{x+2}{x+3}$$

függvénynek

- (A) a  $-3$  pontban létezik a határértéke, és egyenlő  $-\infty$ -nel.
- (B) a  $3$  pontban létezik a jobboldali határértéke, és egyenlő  $+\infty$ -nel.
- (C) a  $-3$  pontban létezik a baloldali határértéke, és egyenlő  $-\infty$ -nel.
- (D) a  $-3$  pontban létezik a határértéke, és egyenlő  $+\infty$ -nel.
- (E) a  $-3$  pontban nem létezik a határértéke.

b) Az [6]

$$f(x) = \frac{x-1}{x^2(x+2)}$$

függvénynek

- (A) a  $0$  pontban létezik a határértéke, és egyenlő  $-\infty$ -nel.
- (B) a  $-2$  pontban létezik a jobboldali határértéke, és egyenlő  $+\infty$ -nel.
- (C) a  $0$  pontban létezik a baloldali határértéke, és egyenlő  $+\infty$ -nel.
- (D) a  $0$  pontban nem létezik a határértéke.
- (E) a  $2$  pontban létezik a határértéke, és egyenlő  $1$ -gyel.

c) Az [6]

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 3x - 4}$$

függvény határértéke az  $a = -1$  pontban

- (A)  $-\infty$ . (B)  $+\infty$ . (C) nem létezik. (D)  $0$ . (E)  $\frac{6}{5}$ .

d) Az [6]

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 3x - 4}$$

függvény határértéke az  $a = 4$  pontban

- (A)  $-\frac{3}{4}$ . (B)  $+\infty$ . (C) nem létezik. (D)  $\frac{4}{5}$ . (E)  $1$ .

e) Az [6]

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^4 - 1}$$

függvény határértéke az  $a = -1$  pontban

(A)  $-1$ . (B)  $-2$ . (C)  $0$ . (D)  $1$ . (E) nem létezik.

f) Az [6]

$$f(x) = \frac{2 - |x|}{2 + x}$$

függvény határértéke az  $a = -2$  pontban

(A)  $-1$ . (B)  $-2$ . (C)  $0$ . (D)  $1$ . (E) nem létezik.

## 2. FELADAT

a) Ha az  $f$  függvénynek létezik a baloldali határértéke  $a$ -ban, akkor [6]

(A) nincs értelmezve  $a$ -ban.

(B) értelmezve van  $a$ -ban.

(C) értelmezve van az  $(a - r, a)$  intervallumban valamely  $r > 0$  esetén.

(D) nincs értelmezve az  $(a, a + r)$  intervallumban valamely  $r > 0$  esetén.

(E) nem létezik a határértéke  $a$ -ban.

b) Ha az  $f$  függvény folytonos  $a$ -ban, akkor [6]

(A) nincs értelmezve  $a$ -ban.

(B) értelmezve van  $a$ -ban.

(C) nincs értelmezve az  $(a - r, a)$  intervallumban valamely  $r > 0$  esetén.

(D) nem létezik a baloldali határértéke  $a$ -ban.

(E) végtelen baloldali határértéke létezik  $a$ -ban.

c) Ha az  $f$  függvénynek szakadása van  $a$ -ban, akkor [6]

(A) nincs értelmezve  $a$ -ban.

(B) értelmezve van  $a$ -ban.

(C) létezik a baloldali határértéke  $a$ -ban.

(D) nem létezik a jobboldali határértéke  $a$ -ban.

(E) léteznek mindkét oldali határértékei  $a$ -ban.

d) Ha az  $f$  függvénynek megszüntethető szakadása van  $a$ -ban, akkor [6]

(A) nincs értelmezve  $a$ -ban.

(B) nem létezik a határértéke  $a$ -ban.

(C) az  $a$ -beli határértéke nem végtelen.

(D) nem létezik jobboldali határértéke  $a$ -ban.

(E) nem léteznek egyoldali határértékei  $a$ -ban.

e) Az  $f(x) = \frac{x^4-1}{x-1}$  függvénynek [6]

- (A) nem megszüntethető szakadása van az 1 pontban.
- (B) nem létezik a jobboldali határértéke az 1 pontban.
- (C)  $+\infty$  a határértéke az 1 pontban.
- (D) megszüntethető szakadása van az 1 pontban.
- (E) különböző egyoldali határértékei léteznek az 1 pontban.

f) Ha az  $f$  függvénynek függőleges aszimptotája van  $a$ -ban, akkor [6]

- (A) különböző egyoldali határértékei léteznek az  $a$ -ban.
- (B) létezik a határértéke  $a$ -ban.
- (C)  $+\infty$  a határértéke  $a$ -ban.
- (D) nem létezik a határértéke  $a$ -ban.
- (E) nem létezik véges határértéke  $a$ -ban.

### 3. FELADAT

a) Határozzuk meg a következő határértékeket:

i)  $\lim_{x \rightarrow 0} \cos(x + \sin x)$  [4]

ii)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2-9}{x^2+2x-3}$  [4]

iii)  $\lim_{v \rightarrow 4^+} \frac{4-v}{|4-v|}$  [4]

iv)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6}-x}{x^3-3x^2}$  [4]

v)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2-3x+2} \right)$  [4]

b) Vizsgáljuk meg, hogy igaz-e a következő állítás:  $f$ -nek szakadása van az adott  $a$  pontban. Ábrázoljuk a függvényt.

i)

$$f(x) = -\frac{1}{(x-1)^2}, \quad a = 1, \quad [4]$$

ii)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{if } x \neq 1, \\ 2 & \text{if } x = 1, \end{cases} \quad a = 1. \quad [4]$$